

TD 2

Systemes à température quasi-uniforme.

Exercice 1 : consommation électrique d'un lave-linge.

Une cuve de lave-linge est assimilable à un cylindre de diamètre extérieur $D=50\text{ cm}$, de longueur $L=30\text{ cm}$ (cf. figure). La cuve et le tambour, tous deux en acier, représentent une masse M_c égale à 4 kg . Dans la cuve se trouve une masse de linge en coton M_l de 5 kg , ainsi qu'un volume d'eau V_e de 14 l . L'élément chauffant placé à l'intérieur de la cuve fournit, lorsqu'il est mis sous tension, une puissance de chauffage $P_e=2800\text{ W}$. Le coefficient d'échange global h à l'extérieur de la cuve, relatif aux pertes thermiques par convection naturelle et par rayonnement, a une valeur de $30\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. La température ambiante T_a est égale à 25°C . La température initiale de l'eau T_0 est de 15°C .

A l'instant $t=0$, l'élément chauffant est mis sous tension. Il est automatiquement coupé si la température de l'eau T atteint la valeur $T_c = 85^\circ\text{C}$, et remis sous tension si T descend en dessous de 75°C . Au bout d'un temps $t_f = 45\text{ min}$, la cuve est vidangée. Suivent les opérations de rinçage et d'essorage, qui s'effectuent à froid.

Données complémentaires :

Puissance électrique du moteur : $P_{mot} = 250\text{ W}$.

Durée de fonctionnement du moteur : $t_{mot} = 1\text{ h } 50\text{ min}$.

Coût du kW.h : $0,11\text{ €}$

Propriétés thermophysiques :

- Capacité calorifique massique du coton : $c_c = 1300\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

- Capacité calorifique massique de l'eau : $c_e = 4180\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

- Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1000\text{ kg}/\text{m}^3$

- Capacité calorifique massique de l'acier : $c_a = 500\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

1°) En supposant que la cuve, le tambour, le linge et l'eau sont à la même température T , et en appliquant le premier principe de la thermodynamique au système ainsi défini, donnez l'expression de l'équation différentielle du premier ordre dont la solution permet de calculer l'évolution de T au cours du temps.

2°) Résolvez cette équation, en tenant compte de l'action du thermostat. Tracez le graphe de la fonction $T(t)$.

3°) Calculez la consommation électrique totale du lave-linge (élément chauffant et moteur), ainsi que le coût énergétique d'un lavage.

4°) On souhaite évaluer l'impact qu'aurait sur la consommation une isolation thermique de la cuve. Recalculez le coût énergétique, en supposant que l'on a réalisé une isolation parfaite (cas limite pour lequel les pertes sont nulles).

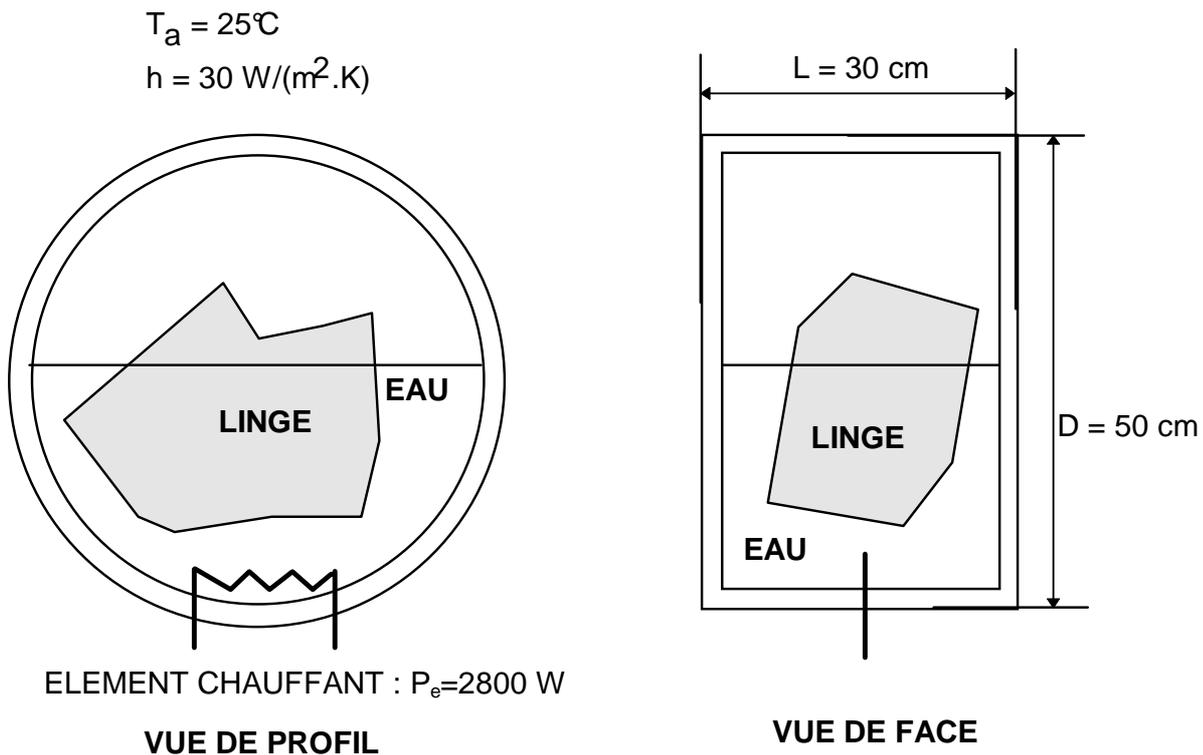


Schéma d'un lave-linge

Exercice 2 : mesure de la température de gaz d'échappement.

Un capteur de température est placé dans le tuyau d'échappement d'un moteur thermique, afin de mesurer la température des gaz produits par la combustion. Le capteur est un thermocouple, dont l'élément sensible est constitué de deux fils métalliques soudés ensemble. La soudure est assimilable à une petite sphère de rayon R , de masse volumique ρ et de capacité calorifique massique c . Sa température est notée T_c . La température des gaz, notée T_g , évolue dans le temps de façon périodique. Dans un but de simplification, on suppose une évolution sinusoïdale :

$$T_g(t) = \bar{T}_g + \Delta T_g \sin(\omega t)$$

Le flux thermique échangé entre les gaz et le capteur est donné par la loi de Newton, dans laquelle h est le coefficient d'échange thermique, supposé constant et connu, et S la surface d'échange, qui est ici la surface de l'élément sensible du capteur, en contact avec les gaz :

$$\dot{Q} = hS(T_g(t) - T_c(t))$$

La température mesurée par le capteur étant T_c , alors que l'on souhaite connaître celle des gaz T_g , on définit l'erreur de mesure $e(t)$ comme la différence entre ces deux valeurs : $e(t) = T_c(t) - T_g(t)$. L'objectif consiste à évaluer cette erreur de mesure en fonction des différents paramètres du problème.

1°) En effectuant un bilan énergétique sur le système constitué de l'élément sensible du capteur, trouver une équation différentielle dont la fonction inconnue est la température du capteur. Donner l'expression de τ , constante de temps du système.

2°) Résoudre l'équation trouvée à la question précédente. On suppose qu'à l'instant où le capteur est introduit dans la ligne d'échappement, sa température est égale à la température ambiante T_a .

3°) Montrer qu'il existe un régime périodique établi. L'erreur de mesure s'annule-t-elle au bout d'un temps infini ? Comment le capteur modifie-t-il alors la grandeur à mesurer ?

4°) Application numérique : trouver le rayon de la soudure correspondant à un amortissement de 0,9. Calculer le déphasage correspondant.

$$f = \omega / (2\pi) = 100 \text{ Hz}, h = 1000 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}, \rho = 8000 \text{ kg.m}^{-3}, c = 1000 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$